

E-mail: ren.yi@uec.ac.jp

Homepage: https://nimitsu.synology.me/

## 研究背景

スピーカアレイの研究において重要な技術:

音場再現 **ビームフォーミング**

そこで **アレイの形状に注目**

円形スピーカアレイ{対称アレイ・多重反射なし}

[Ren+, 2018]: 剛円(筒)スピーカアレイを用いた焦点音源生成(音場再現)

[Kolundžija+, 2010]: 剛円(筒)スピーカアレイを用いた**ビームフォーミング**

複数円形スピーカアレイ{非対称アレイ・多重反射あり}

[Ren+, 2020]: 2つの剛円スピーカアレイを用いた音場再現

[Ren+, 2019]: 2つの剛円スピーカアレイを用いた**ビームフォーミング**

\*制御性能は円より良いが、多重反射の影響で高域の制御が困難

楕円スピーカアレイ{非対称アレイ・多重反射なし}

[任+, 2020]: 剛楕円スピーカアレイを用いた音場再現

**剛楕円スピーカアレイ**

+

**ビームフォーミング**

= ?

剛楕円伝達関数

MVDRビームフォーマ

本研究では、ビームフォーミング技術において、剛楕円スピーカアレイを用いることを試み、その性能を調査した。

## 補足資料

### 楕円の基礎的性質

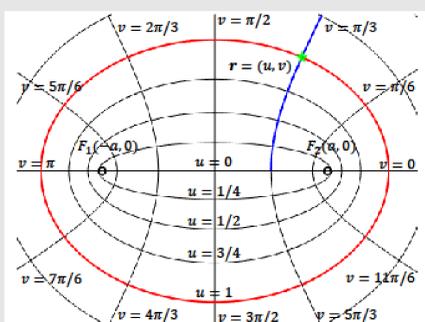
#### 座標系の定義

$$\begin{cases} x = a \cosh u \cos v \\ y = a \sinh u \sin v \end{cases}$$

$v \in [0, 2\pi], u \in [0, \infty)$   
 $F_1(-a, 0), F_2(a, 0)$ : 焦点

#### 楕円曲線

$$u = u_0 (u_0: \text{const})$$



楕円座標系

### 楕円の波動方程式

[Morse+, 1953; Meixner+, 1954]

#### ヘルムホルツ方程式

$$\nabla^2 \psi(v, u) + k^2 \psi(v, u) = 0$$

$k$ : 波数  
 $q := k^2 a^2 / 4$

#### 楕円座標系ラプラシアン

$$\nabla^2 = \frac{1}{a^2 (\cosh 2u - \cos 2v)} \left( \frac{\partial^2}{\partial u^2} + \frac{\partial^2}{\partial v^2} \right)$$

変数分離:  $\psi(v, u) = N(v) \cdot M(u)$

#### Mathieu関数:

ヘルムホルツ方程式のひとつの解

$$N(v) = \{me_n(q, v)\}$$

: Mathieu angular function

$$M(u) = \{M_n^{(\zeta)}(q, u) | \zeta \in \{1, 2, 3, 4\}\}$$

: Mathieu radial function

## 剛楕円スピーカアレイの伝達関数[任+, 2020]

楕円座標系での球面波のグリーン関数は

$$G(u, v | u_0, v_0, q) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} -\frac{j}{4} M_n^{(1)}(q, u_0) me_n(q, -v_0) M_n^{(4)}(q, u) me_n(q, v)$$

である。剛楕円スピーカアレイの伝達関数を求めるため、楕円を音響的剛体と仮定し、Neumann境界条件を適用する。さらにMathieu関数のロンスキアン

$$\mathcal{W} \{M_n^{(1)}, M_n^{(4)}\} = -\frac{2j}{\pi}$$

を用いて変形すると、剛楕円スピーカアレイの伝達関数は以下の式として導出できる。

$$G(u, v | u_0, v_0, q) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} -\frac{me_n(q, -v_0)}{2\pi M_n^{(4)'}(q, u_0)} M_n^{(4)}(q, u) me_n(q, v)$$

## 計算機シミュレーション

### シミュレーション条件

スピーカ数: 30個, 等角度配置( $\Delta v = 2^\circ$ );

打ち切り次数: 20;

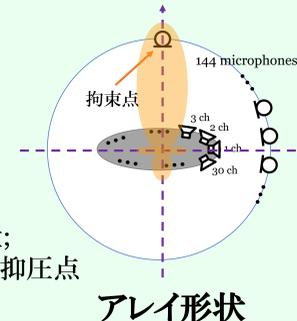
周波数帯域: 200~4000 Hz;

制御点: 円周上( $r = 2$ )144点, 等角度配置;

うち1点( $\phi = 90^\circ$ )は拘束点, 残りは抑圧点

拘束音圧:  $1/(4\pi r)$  円筒波減衰を考慮

正則化: フィルタゲインを0 dB以下に抑圧



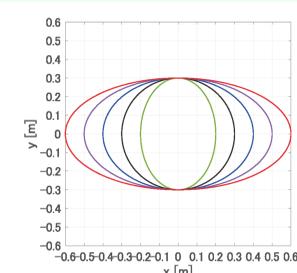
アレイ形状

### A. 片軸の軸長による性能差

i. x軸上の軸長(y軸固定)

$$l_y = 0.3$$

$$l_x = \{0.2, 0.3, 0.4, 0.5, 0.6\}$$

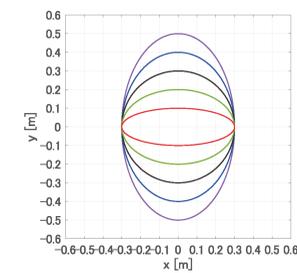


### A. 片軸の軸長による性能差

ii. y軸上の軸長(x軸固定)

$$l_x = 0.3$$

$$l_y = \{0.1, 0.2, 0.3, 0.4, 0.5\}$$



### B. 扁平率による性能差

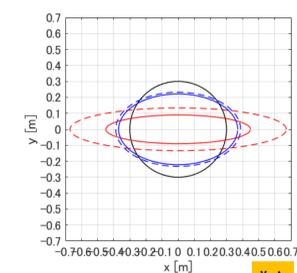
i. 円周の長さ固定

実線; 円周の長さ =  $3\pi/5$

ii. 面積固定

破線; 面積 =  $9\pi/100$

$$\text{扁平率} = \{0, 0.4, 0.8\}$$



## 結論

MVDRビームフォーマを用いてシミュレーションを行った結果、楕円アレイの軸長が長いほどビームの性能が上がるということが分かった。円周の長さが一定の場合または面積が一定の場合では扁平率の高いほどビームの性能が上がるということが分かった。

## MVDRビームフォーマ [Johnson+, 1992; Van Trees, 2004]

拘束点(目的方向)の音圧を  $\mathbf{f} \in \mathbb{C}^{M_c \times 1}$  と拘束し、抑圧点のパワーを最小化する場合、スピーカアレイから抑圧点までの伝達関数を  $\mathbf{G} \in \mathbb{C}^{M_s \times L}$ , 拘束点までの伝達関数を  $\mathbf{C} \in \mathbb{C}^{M_c \times L}$  とすれば、(周波数領域)MVDRビームフォーマは以下の式で設計できる(スピーカ数, 拘束点数, 抑圧点数それぞれ  $L, M_c, M_s$  とする)。

$$\min_{\mathbf{w}} \mathbf{w}^H \mathbf{R} \mathbf{w}$$

subject to  $\mathbf{C} \mathbf{w} = \mathbf{f}$

ここで  $\mathbf{R} = \mathbf{G}^H \mathbf{G}$  とし、 $\mathbf{w}$  はフィルタとなる。フィルタゲインを抑圧するため、L2正則化を導入すると、フィルタは

$$\mathbf{w} = \frac{\mathbf{R}_{\text{REG}}^{-1} \mathbf{C}^H}{\mathbf{C} \mathbf{R}_{\text{REG}}^{-1} \mathbf{C}^H} \mathbf{f}$$

で求められる。ここで  $\mathbf{R}_{\text{REG}} = \mathbf{G}^H \mathbf{G} + \lambda \mathbf{I}$ ,  $\lambda$  は正則化パラメータ。

## 評価指標

### 指向指数(DI) [dB]

$$DI = 10 \log_{10} \frac{2\pi \|p_\phi\|^2}{\int_0^{2\pi} \|p_\phi\|^2 d\phi}$$

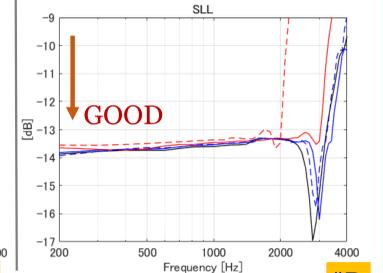
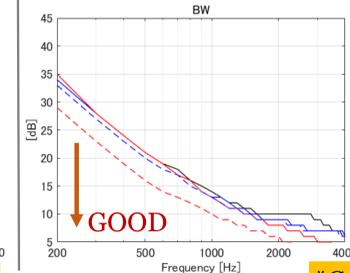
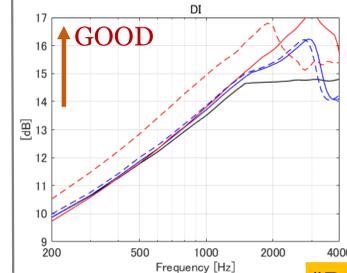
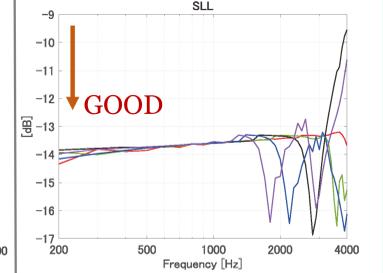
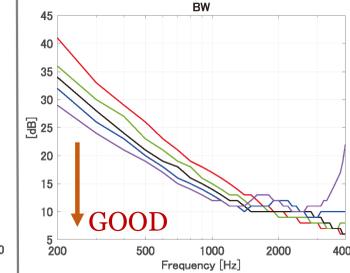
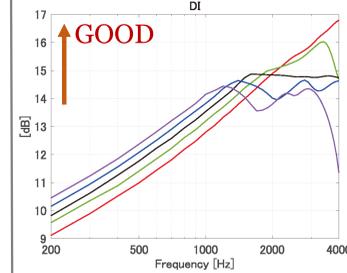
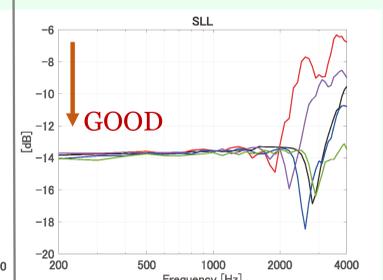
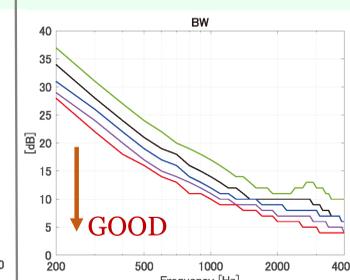
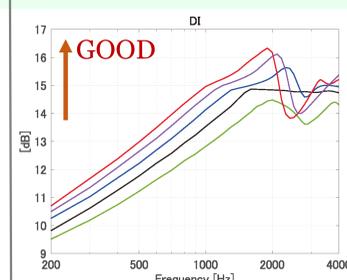
高DI → 強指向性

### ビーム幅(BW) [°]

メインローブの半値幅(-3 dB)  
狭いBW → 鋭いメインローブ

### サイドローレベル(SLL) [dB]

サイドローブの相対レベル(Look Directionが0 dB)  
低いSLL → 部屋反射にロバスト



原稿内容の訂正: Fig.3(a-d)では誤った結果を載せました。実際の結果上記の\*A, \*B, \*C, \*Dとなります。よって結論も左側の結論に変わります。ここにお詫びの上、訂正させていただきます。