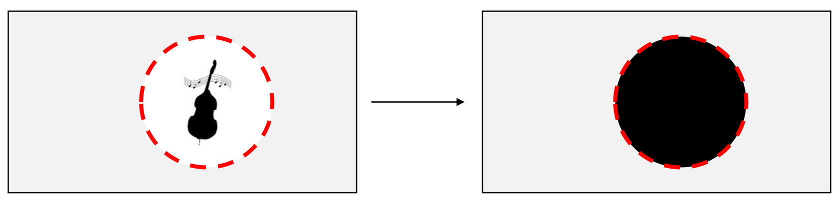
2-Q-1 円調和展開に基づく 2つの剛体円形スピーカアレイを用いた外側音場再現

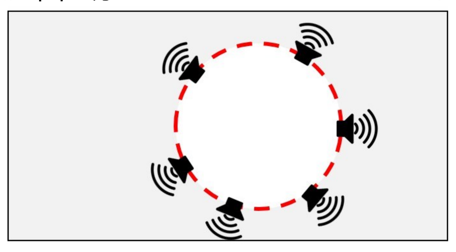
☆任 逸, 羽田 陽一（電通大）

研究背景

音場再現
音源による放射性音場の再現

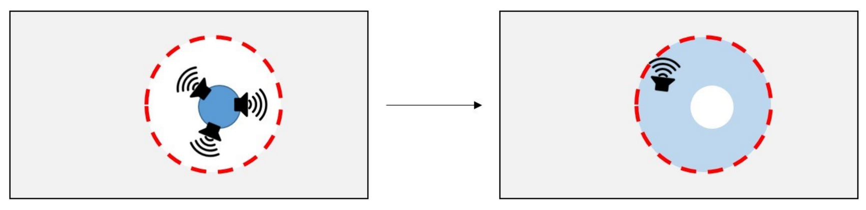


従来手法
- 音場の境界線上にスピーカアレイを配置
- 再現できる音場はスピーカアレイの規模による



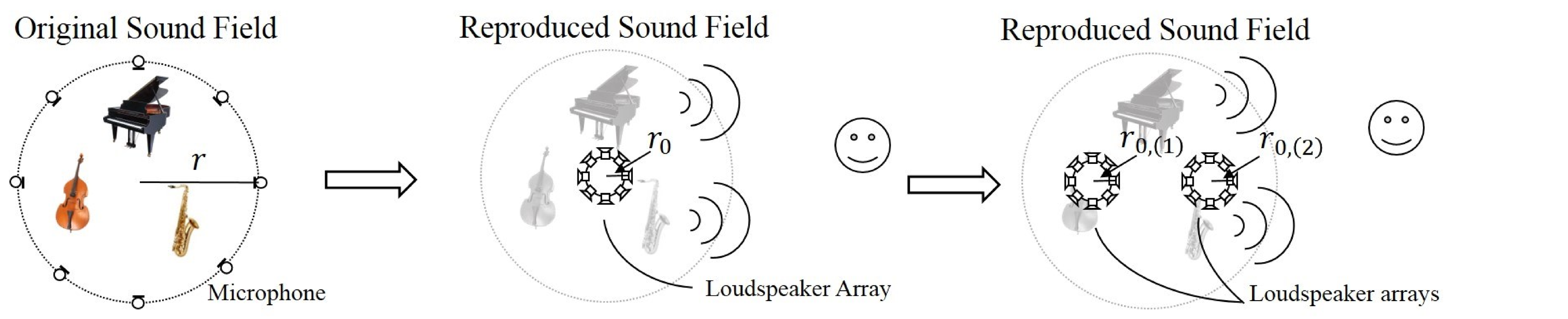
目標システム
- 境界線の内部にスピーカアレイを配置
- 大型楽器をコンパクトなスピーカで再現

検討課題
スピーカアレイの外側にある音源の再現



2つの剛円スピーカアレイを用いた音場再現

- 単一の円形スピーカアレイは外側の音源は再現できるが，再現可能な音源距離が短い，帯域が狭い. (任, 佐藤, 羽田, 2018春音響学会)
- そこで2つの円形スピーカアレイを用いた手法を提案し，単一の円形スピーカアレイより良い結果を得た. (任, 羽田, 2018秋音響学会)



手法
- Pressure-matching method(PM): 周波数領域最小二乗法

$$\mathbf{d} = (\mathbf{G}^{\mathrm{H}}\mathbf{P})/(\mathbf{G}^{\mathrm{H}}\mathbf{G} + \lambda\mathbf{I})$$

- 2つの円形スピーカアレイは剛体仮定の伝達関数を前報で導出した.

P: 制御点での音圧
d: 駆動信号
G: 伝達関数

伝達関数 (アレイインデックス: $\zeta \in \{1,2\}$, $\bar{\zeta} \in \{1,2\}$: ζと異なる値)

$$G_{(\zeta)}(\mathbf{r}|\mathbf{r}') = \left(\boldsymbol{\psi}_{(\zeta)}^{\mathrm{T}} + \boldsymbol{\psi}_{(\zeta)}^{\mathrm{T}}\mathbf{T}_{(\bar{\zeta})} + \boldsymbol{\psi}_{(\zeta)}^{\mathrm{T}}\mathbf{T}_{(\zeta)}\mathbf{T}_{(\bar{\zeta})} + \cdots\right)\boldsymbol{\gamma}_{(\zeta)} \quad (1)$$

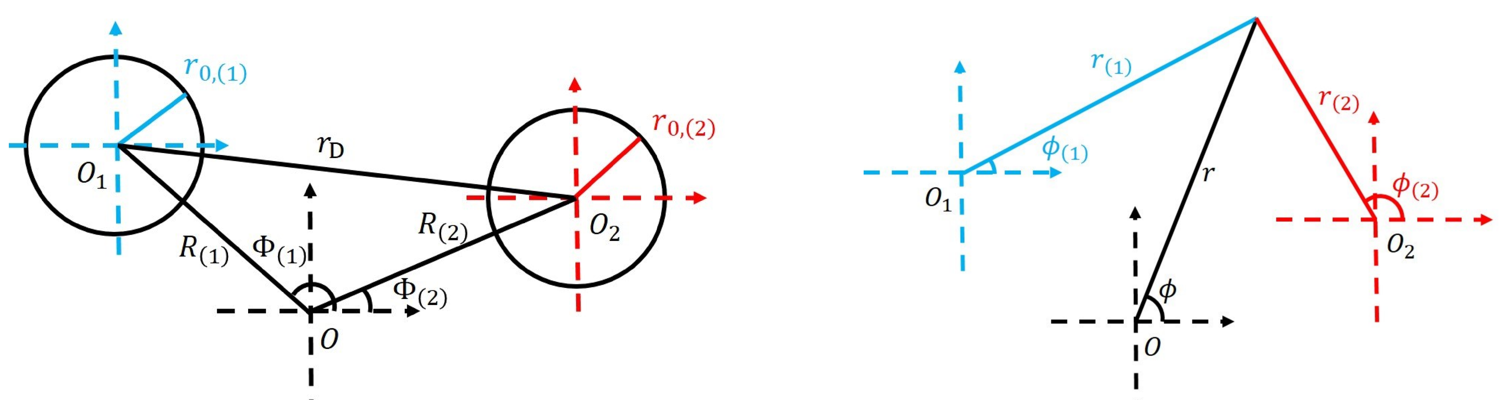
$\boldsymbol{\gamma}_{(\zeta)}, \boldsymbol{\psi}_{(\zeta)}$は以下の式の次数$\nu$を$-N$から$N$まで並べた$(2N+1)\times 1$のベクトル

$$\gamma_{\nu,(\zeta)} = -\frac{e^{-j\nu\phi'_{(\zeta)}}}{2\pi k r_{0,(\zeta)} H_\nu^{(2)'}(k r_{0,(\zeta)})}, \quad \psi_{\nu,(\zeta)} = H_\nu^{(2)}(k r_{(\zeta)}) e^{j\nu\phi_{(\zeta)}},$$

k: 波数
$J_\nu(z)$: Bessel関数
$H_\nu^{(2)}(z)$: 第2種Hankel関数

$\mathbf{T}_{(\zeta)}$ は音を剛円による反射音に変換する$(2N+1)\times(2N+1)$の行列

座標設定

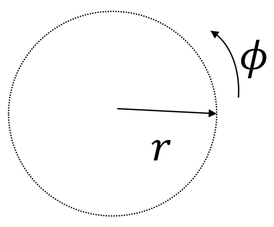


円調和展開に基づく音場制御法

極座標(r,ϕ)の位置の音圧$P(r,\phi)$は$e^{j\nu\phi}$を基底とした円調和関数で展開できる.

$$P(r,\phi) = \sum_{\nu=-\infty}^{\infty} \boxed{\bar{P}_\nu(r,k)} e^{j\nu\phi}$$

$$\bar{P}_\nu(r,k) = \underbrace{\hat{\alpha}_\nu^{\mathrm{s}}(k) H_\nu^{(2)}(kr)}_{\text{外部音場}} + \underbrace{\hat{\alpha}_\nu^{\mathrm{i}}(k) J_\nu(kr)}_{\text{内部音場}}$$



$\hat{\alpha}_\nu^{\mathrm{s}}(k), \hat{\alpha}_\nu^{\mathrm{i}}(k)$: 観測位置によらない音場展開係数

円形スピーカアレイによる再現音場を同様に展開:

$$P(r,\phi) = \sum_{l=1}^{L} G(r|r_l)\, d_l = \sum_{\nu=-\infty}^{\infty} L\tilde{G}_\nu(r|r_l,k)\tilde{d}_\nu(k) e^{j\nu\phi}$$

同じ中心の円周上に制御点を配置するとき，基底$e^{j\nu\phi}$はモードごと直交:

$$\tilde{d}_\nu(k) = L\tilde{G}_\nu(r|r_l,k)/\bar{P}_\nu(r,k)$$

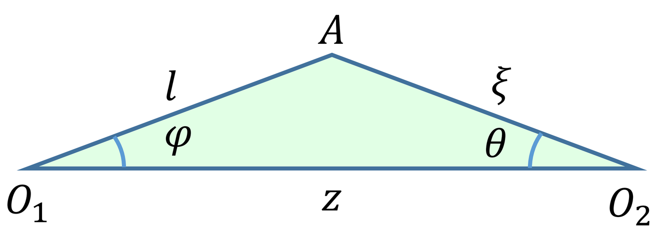
$\tilde{d}_\nu(k)$: 波数領域での駆動信号

この手法はMode-matching method: 波数領域でフィルタ係数を求める解析的な手法
但し，同心円上である必要がある.

（参考）Grafの加法定理

O_1を中心とした座標系で点Aで観測された散乱波をO_2を中心とした座標系の入射波に変換するとき

$$H_\nu^{(2)}\left(\sqrt{z^2+\xi^2-2z\xi\cos\theta}\right) e^{j\nu\varphi} = \sum_\mu H_{\mu+\nu}^{(2)}(z) J_\mu(\xi) e^{j\mu\theta} \quad (2)$$



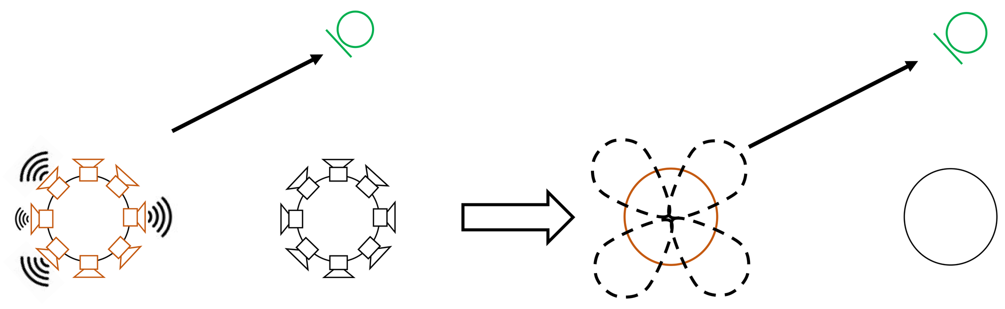
$$l = \sqrt{z^2+\xi^2-2z\xi\cos\theta}$$
$$|\xi| < |z|$$

ξとzはさむ角がθ，ξに対する角がφ

提案手法

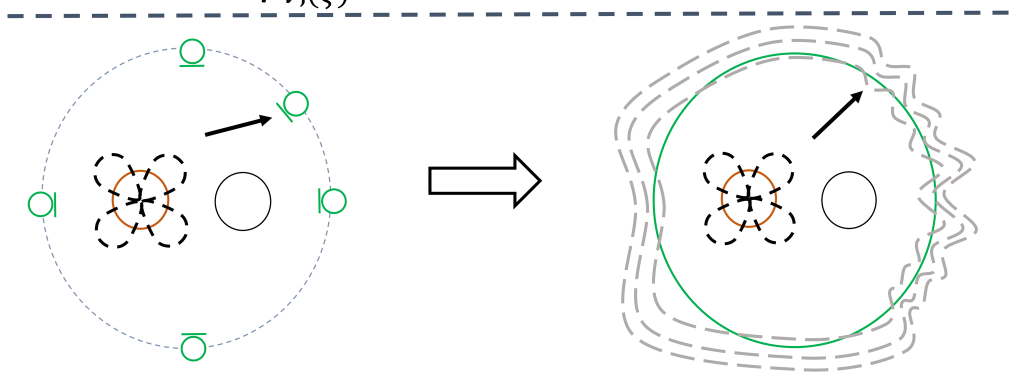
- 本研究の目的はMode-matching methodのような解析的な手法を2円モデルに適用する.
- しかし2つのスピーカアレイの中心は目標音場の中心とずれたため，モードごとは直交していない.
- そこで，スピーカアレイのモードと目標音場のモードとの対応関係を導出し，波数領域で駆動信号を求める手法を提案する:

まず
スピーカアレイのモードから
観測点音圧への対応関係を求める



$$G_{(\zeta)}(\mathbf{r}|\mathbf{r}') = \sum_{\nu=-N}^{N} A_\nu(\mathbf{r},k)\left(\underbrace{-\frac{1}{2\pi k r_{0,(\zeta)} H_\nu^{(2)'}(k r_{0,(\zeta)})} e^{-j\nu\phi'_{(\zeta)}}}_{\tilde{\gamma}_{\nu,(\zeta)}}\right)$$

次に
スピーカアレイのモードから
観測点モードへの対応関係を求める



ここで$H_\nu^{(2)}(kr_{(\zeta)})e^{j\nu\phi_{(\zeta)}}$はGrafの加法定理(2)で変形できる$(r > R_{(\zeta)})$:

$$H_\nu^{(2)}(kr_{(\zeta)})e^{-j\nu(\phi-\phi_{(\zeta)})} = \sum_{\mu=-\infty}^{\infty} H_{\mu+\nu}^{(2)}(kr) J_\mu(kR_{(\zeta)}) e^{-j\mu(\Phi_{(\zeta)}-\phi)}$$

$$\xRightarrow[\nu'_{\max} \gg \nu]{\nu'=\mu+\nu} H_\nu^{(2)}(kr_{(\zeta)})e^{-j\nu(\phi-\phi_{(\zeta)})} = \sum_{\nu'=-\infty}^{\infty} H_{\nu'}^{(2)}(kr) J_{\nu'-\nu}(kR_{(\zeta)}) e^{-j(\nu'-\nu)(\Phi_{(\zeta)}-\phi)}$$

$$\Rightarrow \underbrace{H_\nu^{(2)}(kr_{(\zeta)})e^{j\nu\phi_{(\zeta)}}}_{\psi_{\nu,(\zeta)}} = \sum_{\nu'=-\infty}^{\infty} \underbrace{(-1)^{\nu-\nu'} J_{\nu-\nu'}(kR_{(\zeta)}) e^{j(\nu-\nu')\Phi_{(\zeta)}}}_{K_{\nu-\nu',(\zeta)}} \underbrace{H_{\nu'}^{(2)}(kr)e^{j\nu'\phi}}_{\eta_{\nu'}}$$

再現音場はη_νを基底として展開可能: $P(r,\phi) = \sum_\zeta \mathbf{G}_{(\zeta)}\mathbf{d}_{(\zeta)} = \boldsymbol{\eta}^{\mathrm{T}} \sum_\zeta \hat{\mathbf{G}}_{(\zeta)}\tilde{\mathbf{d}}_{(\zeta)}$

$\hat{\mathbf{G}}_{(\zeta)} = L_{(\zeta)}\left(\mathbf{K}_{(\zeta)}^{\mathrm{T}} + \mathbf{K}_{(\bar{\zeta})}^{\mathrm{T}}\mathbf{T}_{(\bar{\zeta})} + \mathbf{K}_{(\zeta)}^{\mathrm{T}}\mathbf{T}_{(\zeta)}\mathbf{T}_{(\bar{\zeta})} + \cdots\right)\tilde{\boldsymbol{\gamma}}_{(\zeta)}$: スピーカアレイのモードと所望音場のモードの対応関係

$\mathbf{K}_{(\zeta)}$: 座標変換行列

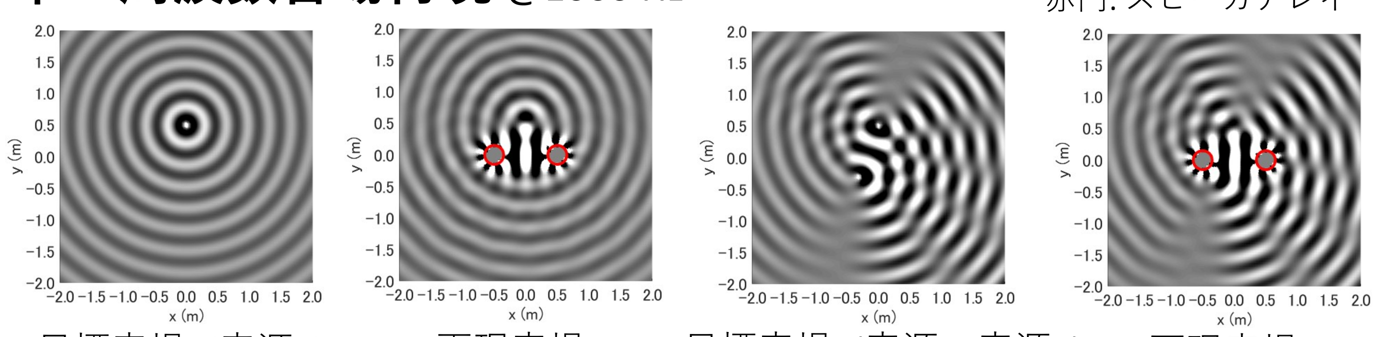
所望音場（外部音場）も展開: $P(r,\phi) = \sum_{\nu=-N}^{N} \hat{\alpha}_\nu(k) H_\nu^{(2)}(kr) e^{j\nu\phi} = \boldsymbol{\eta}^{\mathrm{T}}\hat{\boldsymbol{\alpha}}$

モードの対応関係は直交性を持たないため $\boldsymbol{\eta}^{\mathrm{T}}\sum_\zeta \hat{\mathbf{G}}_{(\zeta)}\tilde{\mathbf{d}}_{(\zeta)} - \boldsymbol{\eta}^{\mathrm{T}}\hat{\boldsymbol{\alpha}} = 0$ を最小二乗法で解く.

シミュレーション

単一周波数音場再現 @1000 Hz

赤円: スピーカアレイ



スピーカ数	30
アレイ半径	0.15 m
アレイ距離	1 m
最大次数	50
反射回数	12

音源1: (0, 0.5) 無指向性
音源2: (-0.3, -0.3)
単一指向性($\varphi = 0°$)

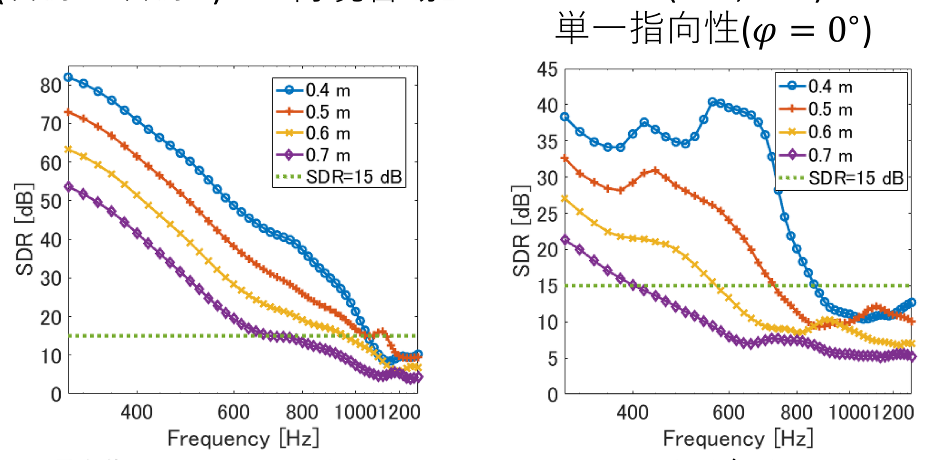
帯域 (300 – 1300 Hz)

音場再現精度SDR:

$$SDR = 10\log_{10}\frac{\int_{\mathbb{C}}|P(\boldsymbol{r})|^2 d\boldsymbol{r}}{\int_{\mathbb{C}}\left|P(\boldsymbol{r}) - \hat{P}(\boldsymbol{r})\right|^2 d\boldsymbol{r}}$$

$\mathbb{C}$: $1\ \mathrm{m} \le r \le 2\ \mathrm{m}$の環状エリア

音源距離$r_s = \{0.4\ \mathrm{m}, 0.5\ \mathrm{m}, 0.6\ \mathrm{m}, 0.7\ \mathrm{m}\}$

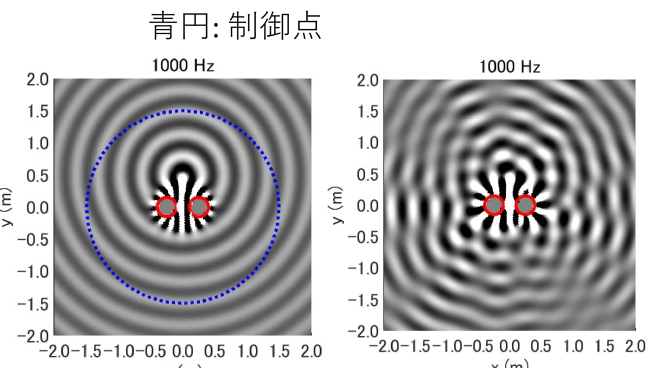


正則化パラメータ: $\lambda \to 0$ フィルタゲイン: 0 dB

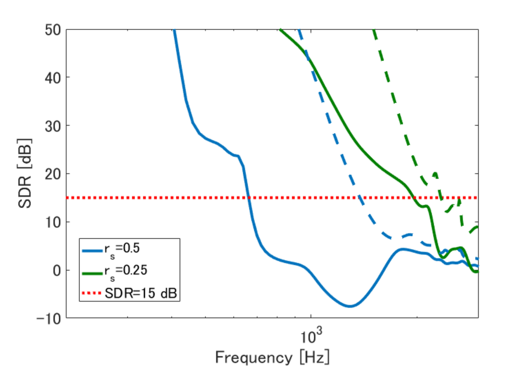
PMとの比較

青円: 制御点

アレイ距離0.5 m
目標音場A
@1000 Hz
左: PM
右: 提案手法
（$\lambda \to 0$）



帯域(SDR)
200 – 3000 Hz
破線: PM
実線: 提案手法
（$\lambda \to 0$）



まとめ

- 本研究では，円調和展開領域で，2つの剛体円形スピーカアレイを用いた外側音場再現手法を提案した.
- 計算機シミュレーションで音場の再現を確認できた.
- 本稿で提案されたスピーカアレイのモードと各次数の音場展開係数との関係は，複数剛円形スピーカアレイの研究に適用できると考えられる.